









مراجعة نهائية

تالتة إعدادى

الترم الأول

فى

الهندسة

وحساب المثلثات

إعداد وتصميم

محمود عوض

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

قوانين حساب المثلثات



جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٣}{٥}$ ، جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٤}{٥}$

ظا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{٣}{٤}$

لاحظ أن :

جا²جـ = $(\frac{٣}{٥})^٢$ = $\frac{٩}{٢٥}$ ، جتا²جـ = $(\frac{٤}{٥})^٢$ = $\frac{١٦}{٢٥}$

جا ٣٠ = $\frac{١}{٢}$	جتا ٣٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$
جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	جتا ٦٠ = $\frac{١}{٢}$	ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$
جا ٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$	جتا ٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$	ظا ٤٥ = ١

لاحظ أن :

جا² ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^٢$ = $\frac{١}{٤}$ ، جتا² ٣٠ = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ = $\frac{٣}{٤}$

ظا² ٣٠ = $(\frac{١}{\sqrt{٣}})^٢$ = $\frac{١}{٣}$ ، جا² ٤٥ = $(\frac{١}{\sqrt{٢}})^٢$ = $\frac{١}{٢}$

قانون البعد

لحساب البعد بين النقطتين (س١، ص١) ، (س٢ ، ص٢)

البعد = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

قانون المنتصف

لحساب احداثى المنتصف بين (س١، ص١) ، (س٢ ، ص٢)

المنتصف = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

قوانين حساب الميل م

لو عندك زوجين مرتبين يمر بيهم المستقيم

م = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

لو عندك زاوية قياسها هـ يصنعها المستقيم

م = ظا هـ

لو عندك معادلة بالشكل ده : ٣س – ٢ ص +٧ = ٠
(السينات والصادات في نفس الطرف)

م = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

لو عندك معادلة بالشكل ده : ص = ٣ س - ٥
(الصاد في طرف والسين في طرف)

م = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

تصميم محمود عوض — معلم رياضيات

المستقيمان المتوازيان والمتعامدان

لو قالك اثبت أن المستقيمان **متوازيان** :

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$ فيكون : $م_١ = م_٢$

لو قالك اثبت أن المستقيمان **متعامدان** :

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$ فنجد أن : $م_١ \times م_٢ = -١$

أو : $م_١$ = غير معرف ، $م_٢$ = صفر

لو عطاك مستقيمين **متوازيين** وطلب قيمة مجهول ك:

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$

ثم نساوى : **الميل المجهول = الميل المعلوم**

لو عطاك مستقيمين **متعامدين** وطلب قيمة مجهول ك:

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$

ثم نساوى : **الميل المجهول = ـ شقلوب المعلوم**

معادلة الخط المستقيم هى : **ص = م س + جـ** حيث م : الميل ، **جـ** : الجزء المقطوع من محور الصادات

حساب طول الجزء المقطوع من محور الصادات

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ٢س ــ ٣ ص +٥ =٠

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\left| \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right|$

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ص = ٧ س - ٣

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = |**الحد المطلق**|

قوانين المساحات

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × ع

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مساحة الدائرة = π نق^٢

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى القطرين

مساحة المستطيل = الطول × العرض

محيط الدائرة = ٢ π نق

ملاحظات هامة

- لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات : نعوض في المعادلة عن س = ٠
- لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات : نعوض في المعادلة عن ص = ٠
- لإثبات أن المثلث منفرج نثبت أن : (أ جـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ حيث أ جـ الأكبر طولا
- لإثبات أن المثلث حـــادـــــ نثبت أن : (أ جـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ حيث أ جـ الأكبر طولا

اثبات ان : أ ب جـ د متوازى أضلاع

باستخدام البعد

نثبت أن : كل ضلعان متقابلان متساويان

أى أن : أ ب = جـ د ، ب جـ = أ د

باستخدام الميل

نثبت أن: كل ضلعان متقابلان متوازيان

أى أن : ميل أ ب = ميل جـ د ∴ أ ب // جـ د

ميل ب جـ = ميل أ د ∴ ب جـ // أ د

اثبات ان : أ ب جـ د مستطيل

باستخدام البعد

١- نثبت أنه متوازى الأضلاع

٢- القطران متساويان أ جـ = ب د

باستخدام الميل

١- نثبت أنه متوازى أضلاع

٢- ضلعان متجاوران متعامدان : ميل أ ب × ميل ب جـ = ـ ١

اثبات ان : أ ب جـ د معين

باستخدام البعد

نثبت أن : أضلاعه الأربعة متساوية في الطول

أى أن : أ ب = ب جـ = جـ د = أ د

باستخدام الميل

١- نثبت أنه متوازى أضلاع

٢- القطران متعامدان: ميل أ جـ × ميل ب د = ـ١

اثبات ان : أ ب جـ د مربع

باستخدام البعد

١- نثبت أن : أضلاعه الأربعة متساوية في الطول

أ ب = ب جـ = جـ د = أ د

٢- نثبت أن : القطران متساويان أ جـ = ب د

باستخدام الميل

١- نثبت أنه متوازى أضلاع

٢- ضلعان متجاوران متعامدان : ميل أب × ميل ب جـ = -١

٣- القطران متعامدان : ميل أ جـ × ميل ب د = -١

اثبات أن : أ ب جـ مثلث قائم في ب

باستخدام البعد

نحسب : طول أ ب ، ب جـ ، أ جـ ثم نربع النواتج

نثبت أن : (أ جـ)^{٢} الأكبر = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

باستخدام الميل

نحسب: ميل أ ب ، ب جـ (المتعامدان)

نثبت أن : ميل أ ب × ميل ب جـ = -١

اثبات أن : النقط أ،ب،جـ تقع على استقامة واحدة

باستخدام البعد

نحسب : طول أب ، ب جـ ، أ جـ

نثبت أن : الطول الأكبر = مجموع الطولين الآخرين

باستخدام الميل

نثبت أن: ميل أ ب = ميل ب جـ

اثبات أن النقط أ ، ب ، جـ تمر بدائرة مركزها م

نحسب : أ م ، ب م ، جـ م بالبعد

فيكون : أ م = ب م = جـ م = نق

اثبات أن أ ب جـ د شبه منحرف (بالميل)

نثبت أن : ضلعان متوازيان وضلعان غير متوازيان

أي أن : ميل ب جـ = ميل أ د ، ميل أ ب ≠ ميل جـ د

اثبات أن أ ب جـ مثلث فقط (بالبعد)

نحسب : أ ب ، ب جـ ، أ جـ بالبعد

فيكون : مجموع طولى أي ضلعين > طول الثالث

أ أن : أ ب + ب جـ > أ جـ

اثبات أن أ ب جـ مثلث منفرج (بالبعد)

نحسب : طول أ ب ، ب جـ ، أ جـ ثم نربع النواتج

نثبت أن : (أ جـ)^{٢} الأكبر > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}



١ إذا كان المستقيم يمر بنقطتين ويوازى محور الصادات فإن: السينات تكون متشابهة

مثال: إذا كان المستقيم يمر بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (س ، ٤) ويوازى محور الصادات فإن س = ٣

إذا كان المسستقيم يمر بنقطتين ويوازى محور السينات فإن: الصادات تكون متشابهة

مثال: إذا كان المستقيم يمر بالنقطتين (٢ ، -٤) ، (٦ ، ك) ويوازى محور السينات فإن ك = -٤

٢ المستقيم الموازى لمحور السينات ميله = صفر ، بينما الموازى لمحور الصادات ميله غير معرف

٣ لو عرفت ميل مستقيم تقدر تعرف ميل العمودى عليه (شقلب وغير الإشارة)

مثال : إذا كان ميل مستقيم = $\frac{-٢}{٣}$ يكون ميل العمودى عليه = $\frac{٣}{٢}$

٤ إذا كان المستقيم يصنع زاوية **حادة** مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون الميل **موجب**

إذا كان المستقيم يصنع زاوية **منفرجة** مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون الميل **سالب**

---

٥ لإثبات أن القطران أجـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر نثبت أن: منتصف أ جـ = منتصف ب د

٦ بعد النقطة عن محور الصادات = س ، بعد النقطة عن محور السينات = ص

مثال : بعد النقطة (-٥ ، -٢) عن محور الصادات = ٥ ، بعد النقطة (-٣، ٤) عن محور السينات = ٤

٧ لو عندك البعد معلوم فإن : $(البعد)^٢ = (س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢$

مثال: إذا كان البعد بين النقطتين (٠ ، ١) ، (أ ، ٠) هو ١ فإن : $١^٢ = أ^٢ + ١^٢$ $أ^٢ = ٠$ أ= ٠

٨ طول نصف قطر الدائرة = البعد بين مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة

---

٩ معادلة المستقيم الذى ميله يساوى واحد ويمر بنقطة الأصل هى : ص = س

١٠ معادلة المستقيم الموازى لمحور السينات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هي : ص = ب

مثال: المستقيم الموازى لمحور السينات ويمر بالنقطة (٢، ٥) معادلته هي : ص = ٥

١١ معادلة المستقيم الموازى لمحور الصادات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هي : س = أ

مثال: المستقيم الموازى لمحور الصادات ويمر بالنقطة (٣، ٤) معادلته هي : س = ٣

١٢ إذا كان المستقيم يمر بنقطة الأصل فإن الجزء المقطوع من محور الصادات جـ = صفر

---

١٣ جا الزاوية = جتا المتمة لها فمثلا: جا ٢٠ = جتا ٧٠ ، جا ٥٠ = جتا ٤٠

١٤ ظا أ = $\frac{جا أ}{جتا أ}$ فمثلا : ظا ٣٠ = $\frac{جا ٣٠}{جتا ٣٠}$ ، $\frac{جا ٥٠}{جتا ٥٠}$ = ظا ٥٠

١٥ إذا كان جتا هـ = ٠,٧١٥٢ فإن ق ($\hat{هـ}$) = shift cos ٠,٧١٥٢ = ٤٤,٢°

١٦ مجموع قياس الزاويتان المتتامتان = ٩٠° ، مجموع قياس الزاويتان المتكاملتان = ١٨٠°

١ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى $\hat{جـ}$
فيه أ جـ = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم أوجد :
١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب ٢) ق $(\hat{ب})$

الحل

(أ ب)^٢ = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠
∴ أ ب = ١٠ سم

١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب

$= \frac{٦}{١٠} \times \frac{٨}{١٠} - \frac{٨}{١٠} \times \frac{٦}{١٠} = \frac{٤٨}{١٠٠} - \frac{٤٨}{١٠٠} =$ صفر

٢) ∵ جا ب = $\frac{٦}{١٠}$ ∴ ق $(\hat{ب})$ = $\frac{٦}{١٠}$ shift sin = ٣٦,٥

٢ أوجد قيمة س التي تحقق
٢ جا س = ظا^٢ ٦٠ ـ ٢ ظا ٤٥
حيث س زاوية حادة

الحل

٢ جا س = ظا^٢ ٦٠ ـ ٢ ظا ٤٥

٢ جا س = $(\sqrt{٣})^٢$ ـ ٢ × ١

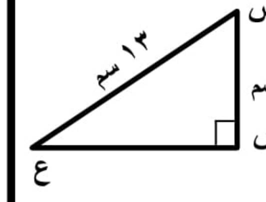
٢ جا س = ٣ ـ ٢

٢ جا س = ١

جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠

٣ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص
فيه س ص = ٥سم ، س ع = ١٣ سم أوجد:
١) ظا س + ظا ع ٢) جتا س جتا ع – جا س جا ع

الحل



(ص ع)^٢ = ١٦٩ ـ ٢٥ = ١٤٤

ص ع = ١٢ سم

١) ظا س + ظا ع = $\frac{١٢}{٥} + \frac{٥}{١٢} = \frac{١٦٩}{٦٠}$

٢) جتا س جتا ع – جا س جا ع =

$\frac{٥}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} - \frac{١٢}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = \frac{٦٠}{١٦٩} - \frac{٦٠}{١٦٩} =$ صفر

٤ فى الشكل المقابل :
أ جـ = ١٥ سم ، أب=٢٠ سم
اثبت أن :
جتا جـ جتا ب – جا جـ جا ب = صفر

الحل

(ب جـ)^٢= ٢٠^٢+١٥^٢ = ٦٢٥ ب جـ =٢٥ سم

الأيمن = جتا جـ جتا ب – جا جـ جا ب

$= \frac{١٥}{٢٥} \times \frac{٢٠}{٢٥} - \frac{٢٠}{٢٥} \times \frac{١٥}{٢٥}$

$= \frac{٣٠٠}{٦٢٥} - \frac{٣٠٠}{٦٢٥} =$ صفر

٥ إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين كنسبة ٣ : ٥ فأوجد مقدار كل منهما بالقياس الستينى

الحل

قياس الزاوية الأولى = ٣ م ، قياس الزاوية الثانية = ٥ م

∵ الزاويتان متكاملتان ∴ مجموع قياسهما = ١٨٠

∴ ٣م + ٥م = ١٨٠ ⬅ ٨م = ١٨٠ ⬅ م =٢٢,٥

الأولى = ٣م = ٣× ٢٢,٥ = ٦٧,٥ = ...

الثانية = ٥م = ٥ ×٢٢,٥ = ١١٢,٥ = ...

٦ أوجد قيمة المقدار التالى مبينا خطوات الحل :
جا ٤٥ جتا ٤٥ + جا ٣٠ جتا ٦٠ ـ جتا^٢ ٣٠

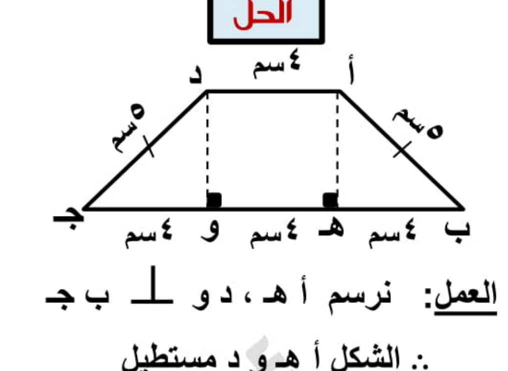
الحل

المقدار = $\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$

$= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤} =$ صفر

٧ أ ب جـ د شبه منحرف متساوى الساقين فيه
أ د // ب جـ ، أ د = ٤سم ، أ ب = ٥سم ، ب جـ = ١٢سم
اثبت أن : $\frac{٥ \text{ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^2 \text{ جـ} + \text{جتا}^2 \text{ ب}} = ٣$

الحل



العمل: نرسم أ هـ ، د و ⊥ ب جـ

∴ الشكل أ هـ و د مستطيل

∴ هـ و = ٤ سم ، ب هـ = و جـ = ٤ سم

في Δ أ هـ ب من فيثاغورث :

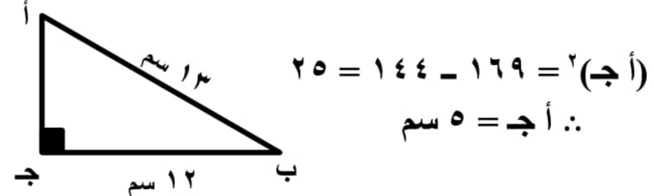
$(\text{أ هـ})^2 = ٢٥ - ١٦ = ٩$

∴ أ هـ = ٣ سم ∴ د و = ٣ سم

الأيمن $= \frac{٥ \text{ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^2 \text{ جـ} + \text{جتا}^2 \text{ ب}} = \frac{٥ \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥}}{(\frac{٣}{٥})^2 + (\frac{٤}{٥})^2} = \frac{٣}{١} = ٣$

٩ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ
أب = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم
١) اثبت أن : جا أ جتا ب + جتا أ جا ب = ١
٢) أوجد : ١ + ظا²أ

الحل



$(\text{أ جـ})^2 = ١٦٩ - ١٤٤ = ٢٥$

∴ أ جـ = ٥ سم

١) جا أ جتا ب + جتا أ جا ب =

$\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = \frac{١٤٤}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩}$

$= \frac{١٦٩}{١٦٩} = ١$

٢) $١ + \text{ظا}^2\text{أ} = ١ + (\frac{١٢}{٥})^2 = ١ + \frac{١٤٤}{٢٥} = \frac{١٦٩}{٢٥}$

٨ أوجد قيمة س التي تحقق :
ظا س = ٤ جتا ٦٠ جا ٣٠
حيث س زاوية حادة

الحل

$\text{ظا س} = ٤ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$\text{ظا س} = ٤ \times \frac{١}{٤}$

ظا س = ١

∴ س = ٤٥

١٠ بدون استخدام الآلة أوجد قيمة س حيث :
٢ جا س = جا٣٠ جتا٦٠ + جتا٣٠ جا ٦٠

الحل

$٢ \text{ جا س} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$٢ \text{ جا س} = \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$

٢ جا س = ١

∴ $\text{جا س} = \frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠

١١ اثبت أن : جا² ٣٠ = ٥ جتا² ٦٠ ـ ظا² ٤٥

الحل

الأيمن $= \text{جا}^2 ٣٠ = (\frac{١}{٢})^2 = \frac{١}{٤}$

الأيسر $= ٥ \text{ جتا}^2 ٦٠ - \text{ظا}^2 ٤٥$

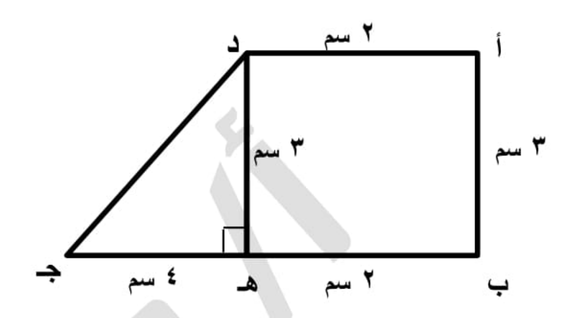
$= ٥ \times (\frac{١}{٢})^2 - ١^2$

$= ٥ \times \frac{١}{٤} - ١ = \frac{٥}{٤} - ١ = \frac{١}{٤}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٢ أ ب جـ د شبه منحرف فيه أ د // ب جـ ، ق $(\hat{ب})$ = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ د = ٢ سم
أوجد طول د جـ ثم أوجد قيمة جتا ب $\hat{جـ}$ د

الحل



نرسم د هـ عمودى على ب جـ

∴ الشكل أ ب هـ د مستطيل

د هـ = ٣ سم ، هـ جـ = ٦ـ٢ = ٤ سم

فى ∆ د هـ جـ : من فيثاغورث

$(د جـ)^٢ = ٣^٢ + ٤^٢ = ٢٥$

∴ د جـ = ٥ سم

جتا (ب جـ د) = $\frac{المجاور}{الوتر} = \frac{٤}{٥}$

١٥ بدون استخدام الآلة اثبت أن :
جتا ٦٠ = ٢ جتا^٢ ٣٠ ـ ١

الحل

الأيمن = جتا ٦٠ = $\frac{١}{٢}$

الأيسر = ٢ × $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ ـ ١ = ٢ × $\frac{٣}{٤}$ - ١ = $\frac{١}{٢}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٣ أوجد قيمة هـ حيث هـ زاوية حادة إذا كان:
جا هـ = جا ٦٠ جتا ٣٠ ـ جتا ٦٠ جا ٣٠

الحل

الأيسر = جا ٦٠ جتا ٣٠ ـ جتا ٦٠ جا ٣٠

= $\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

= $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

جا هـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ هـ = ٣٠°

١٤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
فيه أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٨ سم
اثبت أن : جا^٢ أ + ١ = ٢ جتا^٢ جـ + جتا^٢ أ

الحل

$(أ ب)^٢$ = ١٠٠ ـ ٦٤ = ٣٦

∴ أ ب = ٦ سم

الأيمن = $(\frac{٨}{١٠})^٢ + ١ = \frac{٦٤}{١٠٠} + ١ = \frac{١٦٤}{١٠٠}$

الأيسر = ٢ × $(\frac{٨}{١٠})^٢ + (\frac{٦}{١٠})^٢$ = ٢ × $\frac{٦٤}{١٠٠} + \frac{٣٦}{١٠٠}$

= $\frac{١٢٨}{١٠٠} + \frac{٣٦}{١٠٠} = \frac{١٦٤}{١٠٠}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٦ إذا كان جا هـ ظا ٣٠ = جتا^٢ ٤٥ فأوجد ق ($\hat{هـ}$)
حيث هـ زاوية حادة

الحل

جا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}} = (\frac{١}{\sqrt{٢}})^٢$

جا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{١}{٢}$

جا هـ = $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٣}$ جا هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ق $(\hat{هـ})$ = ٦٠°

١ اثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط
أ (٥،-٥) ، ب (-١،٧) ، جـ (١٥،١٥)
قائم الزاوية فى ب ، ثم أوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(-١-٥)^٢ + (٧--٥)^٢}$ = $\sqrt{(-٦)^٢ + (١٢)^٢}$
= $\sqrt{٣٦ + ١٤٤}$ = $\sqrt{١٨٠}$

ب جـ = $\sqrt{(١٥--١)^٢ + (١٥-٧)^٢}$ = $\sqrt{(١٦)^٢ + (٨)^٢}$
= $\sqrt{٢٥٦ + ٦٤}$ = $\sqrt{٣٢٠}$

أ جـ = $\sqrt{(١٥-٥)^٢ + (١٥--٥)^٢}$ = $\sqrt{(١٠)^٢ + (٢٠)^٢}$
= $\sqrt{١٠٠ + ٤٠٠}$ = $\sqrt{٥٠٠}$

(أ جـ)^٢ = ٥٠٠

(أب)^٢+(ب جـ)^٢ = ١٨٠ + ٣٢٠ = ٥٠٠

∵ (أ جـ)^٢ = (أب)^٢+(ب جـ)^٢ ∴ المثلث قائم فى ب

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × ع

= $\frac{\sqrt{١٨٠} \times \sqrt{٣٢٠}}{٢}$ = ١٢٠

٢ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه
أ (٢،٣) ، ب (٤،-٥) ، جـ (٠،-٣) أوجد احداثى
نقطة تقاطع قطريه ثم أوجد إحداثى نقطة د

الحل

نقطة تقاطع القطرين هى م منتصف أ جـ

م منتصف أ جـ = ($\frac{٠ + ٣}{٢}$ ، $\frac{-٣+ ٢}{٢}$) = ($\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$)

نفرض أن النقطة د هى (س ، ص)

∵ منتصف أ جـ = منتصف ب د

($\frac{٤ + س}{٢}$ ، $\frac{-٥ + ص}{٢}$) = ($\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$)

المسقط الأول = المسقط الأول	المسقط الثانى = المسقط الثانى
$\frac{٤ + س}{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$	$\frac{-٥ + ص}{٢}$ = $\frac{-١}{٢}$
٤ + س = ٣	-٥ + ص = -١
س = -١	ص = ٤

إحداثى د = (-١ ، ٤)

٣ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-٣،٤) ، (-٣،-٢)
عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١،٢) ، (-٣،٢)

الحل

م$_١$ = $\frac{-٢ - ٤}{-٣ - -٣}$ = $\frac{-٦}{٠}$ غير معرف

م$_٢$ = $\frac{٢ - ٢}{-٣ - ١}$ = $\frac{٠}{-٤}$ = صفر

∴ المستقيمان متعامدان

اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ،
(٢ ، ٤) يوازى المستقيم ٣ص – س – ١ = ٠

الحل

م$_١$ = $\frac{٤ - ٣}{٢ - -١}$ = $\frac{١}{٣}$

م$_٢$ = $\frac{- \text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{١}{٣}$

∵ م$_١$ = م$_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

٥ إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، -٣) فأوجد إحداثى نقطة ب

الحل

نفرض أن : ب (س ، ص)

إحداثى المنتصف = $\left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢} \right)$

(٦ ، -٤) = $\left(\frac{٥ + س}{٢} ، \frac{-٣ + ص}{٢} \right)$

$\frac{٥ + س}{٢} = ٦$ | $\frac{-٣ + ص}{٢} = -٤$

٥ + س = ١٢ | -٣ + ص = -٨

س = ٧ | ص = -٥

∴ إحداثى ب = (٧ ، -٥)

٦ اثبت أن النقط أ (٣،-١) ، ب (-٤،٦) ، جـ (٢،-٢) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها النقطة م (-١،٢) ثم أوجد محيط الدائرة

الحل

أ م = $\sqrt{(٣ - -١)^{٢} + (-١ - ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(٤)^{٢} + (-٣)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

ب م = $\sqrt{(-٤ - -١)^{٢} + (٦ - ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(-٣)^{٢} + (٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

جـ م = $\sqrt{(٢ - -١)^{٢} + (-٢ - ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(٣)^{٢} + (-٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

∵ أ م = ب م = جـ م ∴ النقط تمر بها دائرة واحدة

محيط الدائرة = ٢π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٣١,٤

٧ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم ل٢ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان ل١ // ل٢

الحل

م١ = $\frac{ك - ١}{٢ - ٣}$ = $\frac{ك - ١}{-١}$ ، م٢ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متوازيان المجهول = المعلوم

$\frac{ك - ١}{-١}$ = ١ (مقص) ⟵ ك − ١ = -١

ك = -١ + ١ ∴ ك = صفر

٨ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم ل٢ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان متعامدان

الحل

م١ = $\frac{ك - ١}{٢ - ٣}$ = $\frac{ك - ١}{-١}$ ، م٢ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متعامدان ∴ المجهول = - شقلوب المعلوم

$\frac{ك - ١}{-١}$ = -١ ⟵ ك − ١ = ١

ك = ١ + ١ ∴ ك = ٢

٩ اثبت أن النقط أ (-٣،-١) ، ب (٦،٥) ، جـ (٣،٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

ميل أ ب = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٥ - -١}{٦ - -٣}$ = $\frac{٦}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$

ميل ب جـ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٣ - ٥}{٣ - ٦}$ = $\frac{-٢}{-٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

∵ ميل أ ب = ميل ب جـ

∴ النقط تقع على استقامة واحدة

أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته ٢س − ٣ص − ٦ = ٠

الحل

الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٢}{-٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

طول الجزء المقطوع من محور الصادات

= $\left| \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right|$ = $\left| \frac{-٦}{-٣} \right|$ = ٢

١٠ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣،-٥) ويوازى المستقيم س + ٢ص – ٧ = ٠

الحل

ص = م س + جـ

م٢ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-١}{٢}$ ∴ م١ = $\frac{-١}{٢}$

بالتعويض عن س= ٣ ، ص = -٥ ، م = $\frac{-١}{٢}$

-٥ = $\frac{-١}{٢}$ × ٣ + جـ ← -٥ = $\frac{-٣}{٢}$ + جـ

جـ = -٥+ $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{-٧}{٢}$ ∴ المعادلة هى: ص= $\frac{-١}{٢}$ س+ $\frac{-٧}{٢}$

١١ إذا كانت أ (-٣،٤) ، ب (٥،-١) ، جـ (٣،٥) فأوجد معادلة المستقيم المار بالرأس أ وينصف ب جـ

الحل

منتصف ب جـ = ($\frac{٥+٣}{٢}$ ، $\frac{-١+٥}{٢}$) = ($\frac{٨}{٢}$، $\frac{٤}{٢}$) = (٤،٢)

المستقيم يمر بالنقطة أ (-٣،٤) وبمنتصف ب جـ (٤،٢)

م = $\frac{٢ - ٤}{٤ - -٣} = \frac{-٢}{٧}$

∵المستقيم يمر بالنقطة (٤،٢) ∴ س = ٤ ، ص = ٢

٢ = $\frac{-٢}{٧}$ ×٤+جـ ← ٢= $\frac{-٨}{٧}$ + جـ ← جـ = ٢+ $\frac{٨}{٧}$

جـ = $\frac{٢٢}{٧}$ ∴ المعادلة هى : ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٢٢}{٧}$

١٢ أوجد معادلة المستقيم العمودى على أ ب من نقطة منتصفها حيث أ(١،٣) ، ب (٣،٥)

الحل

م٢= $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١} = \frac{٢}{٢}$ =١ ← م١= -١ (لأن المستقيمان متعامدان)

منتصف أ ب = ($\frac{١ + ٣}{٢}$ ، $\frac{٣ + ٥}{٢}$) = ($\frac{٤}{٢}$، $\frac{٨}{٢}$) = (٢،٤)

∵المستقيم يمر بالنقطة (٢،٤) نأخذ س=٢ ، ص=٤

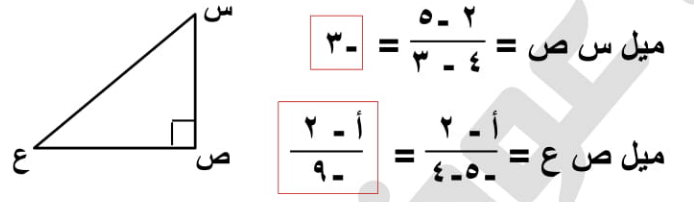
ص= م س + جـ ← ٤ = -١× ٢ + جـ ← ٤ = -٢+جـ

جـ = ٦ ∴ المعادلة هى: ص = - س + ٦

١٣ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤،٢) ، س (٣،٥) ، ع (-٥،أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ

الحل

∵ Δ قائم فى ص ∴ س ص ، ص ع متعامدان



ميل س ص = $\frac{٢ - ٥}{٤ - ٣}$ = -٣

ميل ص ع = $\frac{أ - ٢}{-٥ - ٤} = \frac{أ - ٢}{-٩}$

∵ س ص ، ص ع متعامدان ∴ المجهول = - شقلوب المعلوم

$\frac{أ - ٢}{-٩} = \frac{١}{٣}$ ∴ أ - ٢= -٣ ∴ أ = -١

١٤ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طوليهما ٤ ، ٩

الحل

ص = م س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطتين (٤،٠) ، (٠،٩)

م = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٩ - ٠}{٠ - ٤} = \frac{٩}{-٤}$ ، جـ = ٩

∴ المعادلة هى: ص= $-\frac{٩}{٤}$ س +٩

١٥ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١،٣) ،(-١،-٣) ثم اثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

ص = م س + جـ   م = $\frac{-٣ - ٣}{-١ - ١} = \frac{-٦}{-٢}$ = ٣

من الزوج (١،٣) بالتعويض عن : س = ١ ، ص = ٣

٣ = ٣ × ١ + جـ ← ٣ = ٣ + جـ ← جـ =٠

∴ المعادلة هى : ص = ٣س

لإثبات أنه يمر بنقطة الأصل نعوض عن س = ٠

∴ ص = ٣×٠ = ٠ ∴ يمر بنقطة الأصل

١٦ بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط أ (٣،٣) ، ب (١،٥) ، جـ (١،٣) بالنسبة لأضلاعه

الحل

أ ب = $\sqrt{(١-٣)^٢ + (٥ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٢)^٢ + (٢)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٤}$ = $\sqrt{٨}$

ب جـ = $\sqrt{(١ - ١)^٢ + (٣ - ٥)^٢}$ = $\sqrt{(٠)^٢ + (-٢)^٢}$

= $\sqrt{٠ + ٤}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

أ جـ = $\sqrt{(١ - ٣)^٢ + (٣ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٢)^٢ + (٠)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٠}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

∵ ب جـ = أ جـ ∴ Δ متساوى الساقين

١٧ أ ب جـ د شكل رباعى حيث
أ (٥،٣) ، ب (-٦،-٢) ، جـ (-١،-١) ، د (٠،٤)
اثبت أن الشكل أ ب جـ د معين واوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(-٦ - ٥)^٢ + (-٢ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{(١)^٢ + (-٥)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$

ب جـ = $\sqrt{(-١ - ٦)^٢ + (-١ - -٢)^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$

جـ د = $\sqrt{(٠ - ١)^٢ + (٤ - -١)^٢}$ = $\sqrt{(-١)^٢ + (٥)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$

أ د = $\sqrt{(٠ - ٥)^٢ + (٤ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$

نحسب القطران أ جـ ، ب د

أ جـ = $\sqrt{(-١ - ٥)^٢ + (-١ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (-٤)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = $\sqrt{٣٢}$

ب د = $\sqrt{(٠ - ٦)^٢ + (٤ - -٢)^٢}$ = $\sqrt{(-٦)^٢ + (٦)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = $\sqrt{٧٢}$

∵ أ ب = ب جـ = جـ د = أ د ، أ جـ ≠ ب د

∴ الشكل معين

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٣٢}$ × $\sqrt{٧٢}$ = ٢٤

تصميم محمود عوض
معلم رياضيات

١٨ إذا كانت النقطة (٣،١) في منتصف البعد بين النقطتين (١،ص) ، (س،٣) فأوجد النقطة (س،ص)

الحل

أ (١،ص) ———— جـ (٣،١) ———— ب (س،٣)

إحداثى المنتصف = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

∴ (٣،١) = ($\frac{١+ س}{٢}$ ، $\frac{ص+ ٣}{٢}$)

$\frac{١+ س}{٢}$ = ٣ | $\frac{ص+ ٣}{٢}$ = ١

١ + س = ٦ | ص + ٣ = ٢

س = ٥ | ص = -١

∴ (س ، ص) = (٥ ، -١)

١٩ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (١،-٢) ، (٦،٣) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥°

الحل

$م_١$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٣ - -٢}{٦ - ١}$ ... = $\frac{٣-١}{٦-٢}$ = $\frac{٤}{٤}$ = ١

$م_٢$ = ظا ٤٥ = ١

∵ $م_١$ = $م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

٢٠ مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع من محور الصادات جزءا طوله وحدتان أوجد :
١) معادلة المستقيم ٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

ص = م س + جـ ، م = $\frac{١}{٢}$ ، جـ = ٢

∴ المعادلة هي: ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات نعوض في المعادلة عن ص = ٠

٠ = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

$\frac{١}{٢}$ س = ـ ٢ ⬅ س = ـ٢×٢ = ـ٤

∴ نقطة التقاطع مع محور السينات هي (ـ٤،٠)

٢١ أوجد ميل المستقيم العمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، -٢) ، (٥ ، ١)

الحل

م٢ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{١ - -٢}{٥ - ٢}$ = $\frac{٣}{٣}$ = ١

∵ المستقيمان متعامدان ∴ م١ = $\frac{-١}{م٢}$ = -١

٢٢ أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٢،٤) ، ب (-٣،٠) ، جـ (-٧،٥) ، د (-٢،٩)
اثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع وأوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(٢ - -٣)^٢ + (٤ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(٥)^٢ + (٤)^٢}$ = $\sqrt{٢٥ + ١٦}$ = $\sqrt{٤١}$

ب جـ = $\sqrt{(-٧ - -٣)^٢ + (٥ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (٥)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٢٥}$ = $\sqrt{٤١}$

جـ د = $\sqrt{(-٢ - -٧)^٢ + (٩ - ٥)^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (٤)^٢}$ = $\sqrt{٢٥ + ١٦}$ = $\sqrt{٤١}$

أ د = $\sqrt{(-٢ - ٢)^٢ + (٩ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (٥)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٢٥}$ = $\sqrt{٤١}$

نحسب القطران أ جـ ، ب د

أ جـ = $\sqrt{(-٧ - ٢)^٢ + (٥ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{(-٩)^٢ + (١)^٢}$ = $\sqrt{٨١ + ١}$ = $\sqrt{٨٢}$

ب د = $\sqrt{(-٢ - -٣)^٢ + (٩ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-١)^٢ + (٩)^٢}$ = $\sqrt{١ + ٨١}$ = $\sqrt{٨٢}$

∵ أ ب = ب جـ = جـ د = أ د ، أ جـ = ب د
∴ الشكل مربع

مساحة المربع = $\sqrt{٤١} \times \sqrt{٤١}$ = ٤١

٢٣ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢،٣) ، (٠،٠) يوازى المستقيم المار بالنقطتين (-١،٤) ، (١،٧)

الحل

م١ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٣ - ٠}{٢ - ٠}$ = $\frac{٣}{٢}$

م٢ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٧ - ٤}{١ - -١}$ = $\frac{٣}{٢}$

∵ م١ = م٢ ∴ المستقيمان متوازيان

٢٤ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١

الحل

لاحظ أن : معامل س = $\frac{١}{٢}$ ، معامل ص = $\frac{١}{٣}$

الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = ـ $\frac{١}{٢}$ ÷ $\frac{١}{٣}$ = ـ $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٣}{١}$ = $\frac{-٣}{٢}$

طول الجزء المقطوع = $\left|\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}}\right|$ = ١ ÷ $\frac{١}{٣}$ = ٣

٢٥ اثبت أن النقط أ (-٣،٠) ، ب (٣،٤) ، جـ (١،-٦) هي رؤوس مثلث متساوى الساقين رأسه أ ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ وعمودية على ب جـ

الحل

لإثبات أن المثلث متساوى الساقين رأسه أ

نثبت أن : أ ب = أ جـ

$أ ب = \sqrt{(٣ - -٣)^٢ + (٤ - ٠)^٢} = \sqrt{(٦)^٢ + (٤)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ١٦} = \sqrt{٥٢}$

$أ جـ = \sqrt{(١ - -٣)^٢ + (-٦ - ٠)^٢} = \sqrt{(٤)^٢ + (-٦)^٢}$

$= \sqrt{١٦ + ٣٦} = \sqrt{٥٢}$

أ ب = أ جـ ∆ متساوى الساقين

∵ أ د ⊥ ب جـ ∴ د هي منتصف ب جـ

$د (\text{منتصف ب جـ}) = \left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{٤+-٦}{٢}\right) = (٢ ، -١)$

أ (-٣،٠) ، د (٢،-١)

$∴ أ د = \sqrt{(٢ - -٣)^٢ + (-١ - ٠)^٢} = \sqrt{(٥)^٢ + (-١)^٢}$

$= \sqrt{٢٥ + ١} = \sqrt{٢٦}$ وحدة طول

٢٦ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ميل المستقيم $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع جزءا سالبا من محور الصادات مقداره ٣ وحدات

الحل

نظبط شكل المعادلة $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ (مقص)

٣ص - ٣ = س ٣ص - س - ٣ = ٠

$الميل = \frac{- معامل س}{معامل ص} = \frac{١}{٣}$ ، جـ = - ٣

∴ المعادلة هي : $ص = \frac{١}{٣} س - ٣$

٢٧ اثبت أن النقط أ (٦،٠) ، ب (٢،-٤) ، جـ (-٤،٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في ب ، ثم أوجد إحداثى نقطة د التي تجعل الشكل أ ب جـ د مستطيلا

الحل

$أ ب = \sqrt{(٢ - ٦)^٢ + (-٤ - ٠)^٢} = \sqrt{(-٤)^٢ + (-٤)^٢}$

$= \sqrt{١٦ + ١٦} = \sqrt{٣٢}$

$ب جـ = \sqrt{(-٤ - ٢)^٢ + (٢ - -٤)^٢} = \sqrt{(-٦)^٢ + (٦)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ٣٦} = \sqrt{٧٢}$

$أ جـ = \sqrt{(-٤ - ٦)^٢ + (٢ - ٠)^٢} = \sqrt{(-١٠)^٢ + (٢)^٢}$

$= \sqrt{١٠٠ + ٤} = \sqrt{١٠٤}$

$(أ جـ)^٢ = ١٠٤$

$(أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ٧٢ + ٣٢ = ١٠٤$

$∵ (أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢$ ∴ المثلث قائم

أ (٦،٠) ، ب (٢،-٤) ، جـ (-٤،٢) ، د (س،ص)

$منتصف أ جـ = \left(\frac{٦+-٤}{٢} ، \frac{٠+٢}{٢}\right) = (١ ، ١)$

نفرض أن د = (س ، ص)

$منتصف ب د = \left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}\right)$

$(١ ، ١) = \left(\frac{٢ + س}{٢} ، \frac{-٤ + ص}{٢}\right)$

المسقط الثانى = المسقط الثانى	المسقط الأول = المسقط الأول
$\frac{-٤ + ص}{٢} = ١$	$\frac{٢ + س}{٢} = ١$
-٤ + ص = ٢	٢ + س = ٢
ص = ٦	س = ٠

∴ إحداثى د = (٠ ، ٦)

٢٨ إذا كانت النقط (٠،١) ، (أ، ٣) ، (٢، ٥) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة أ

الحل

نحسب الميل من النقطة (٠ ، ١) والنقطة (أ ، ٣)

$م_١ = \frac{٣ - ١}{أ - ٠} = \frac{٢}{أ}$

نحسب الميل من النقطة (٠ ، ١) والنقطة (٢ ، ٥)

$م_٢ = \frac{٥ - ١}{٢ - ٠} = \frac{٤}{٢} = ٢$

∵ النقط تقع على استقامة واحدة ∴ $م_١ = م_٢$

∴ $\frac{٢}{أ} = ٢$ ∴ ٢ أ = ٢ ∴ أ = ١

٢٩ إذا كانت أ (١،-٦) ، ب (٩،٢) فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم أ ب إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول

الحل

أ ، د ، جـ ، هـ ، ب

إحداثى جـ (منتصف أب) = $\left(\frac{٩+١}{٢} ، \frac{-٦+٢}{٢} \right)$ = (٥ ،-٢)

إحداثى د (منتصف أجـ) = $\left(\frac{٥+١}{٢} ، \frac{-٦+ -٢}{٢} \right)$ = (٣ ،-٤)

إحداثى هـ (منتصف جـ ب) = $\left(\frac{٩+٥}{٢} ، \frac{٢+-٢}{٢} \right)$ = (٧ ، ٠)

٣١ إذا كانت أ(-١ ، -١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٦ ، ٠) ، د (٣ ، -٤) اثبت أن أ جـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر

الحل

منتصف أ جـ = $\left(\frac{-١ + ٦}{٢} ، \frac{-١ + ٠}{٢} \right) = \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{-١}{٢} \right)$

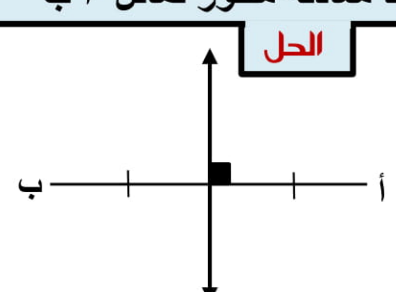
منتصف ب د = $\left(\frac{٢ + ٣}{٢} ، \frac{٣ + -٤}{٢} \right) = \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{-١}{٢} \right)$

∵ منتصف أ جـ = منتصف ب د

∴ أ جـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر

٣٠ إذا كانت أ (-٢،٣) ، ب (٠،٥) فأوجد معادلة محور تماثل $\overline{أ ب}$

الحل



محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

ميل أ ب = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٥ - ٣}{٠ - -٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

∵ محور التماثل ⊥ $\overline{أ ب}$ ∴ ميل محور التماثل = -١

<u>لحساب قيمة جـ :</u>

∵ محور التماثل يمر بنقطة منتصف أ ب

منتصف أ ب = $\left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢} \right)$

= $\left(\frac{-٢ + ٠}{٢} ، \frac{٣ + ٥}{٢} \right)$ = (-١ ، ٤)

∴ محور التماثل يمر بالنقطة (-١ ، ٤)

بالتعويض في المعادلة

ص = م س + جـ

٤ = -١ × -١ + جـ

٤ = ١ + جـ

جـ = ٣

معادلة محور التماثل هي : ص = – س + ٣

٣٢ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

ص = م س + جـ

من الزوج المرتب (١،٠) نعوض عن س = ١ ، ص = ٠

٠ = ٢ × ١ + جـ

٠ = ٢ + جـ

∴ جـ = -٢ ∴ المعادلة هى: ص = ٢س – ٢

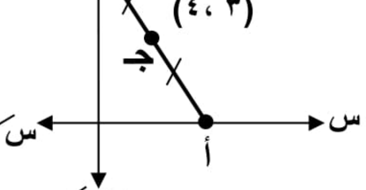
١ في الشكل المقابل :

النقطة جـ (٣ ، ٤) منتصف أ ب

أوجد :

١- إحداثى كل من أ ، ب

٢- معادلة أ ب



الحل

∵ أ تقع على محور السينات ∴ أ = (س ، ٠)

∵ ب تقع على محور الصادات ∴ ب = (٠ ، ص)

منتصف أ ب = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

(٣ ، ٤) = ($\frac{س + ٠}{٢}$ ، $\frac{ص + ٠}{٢}$)

$\frac{س}{٢}$ = ٣	$\frac{ص}{٢}$ = ٤
س = ٦	ص = ٨
∴ أ = (٦ ، ٠)	∴ ب = (٠ ، ٨)

معادلة أ ب : ص = م س + جـ

ميل أ ب = $\frac{٨ - ٠}{٠ - ٦}$ = $\frac{٨}{-٦}$ = $\frac{٤}{-٣}$ ، جـ = ٨

∴ معادلة أ ب هي ص = $-\frac{٤}{٣}$ س + ٨

٢ في الشكل المقابل :

أ ب جـ Δ متساوى الساقين فيه

أ ب = أ جـ = ١٠ سم ،

، ب جـ = ١٢ سم

أوجد : ١) جا ب

٢) ق ($\hat{ب}$) ٣) مساحة سطح Δ أ ب جـ

الحل

العمل : نرسم أ د ⊥ ب جـ

∴ أ د ينصف ب جـ

∴ ب د = ٦سم

فى Δ أ د ب من فيثاغورث :

(أ د)^٢ = (أ ب)^٢ - (ب د)^٢ = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤

∴ أ د = ٨ سم

∵ جا ب = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{٤}{٥}$

∴ ق($\hat{ب}$) = $\frac{٤}{٥}$ Shift Sin =

مساحة سطح Δ = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع

= ٦ × ٨ = ٤٨ سم^٢

٣ في الشكل المقابل :

أ ب جـ د مستطيل فيه

أ ب = ١٥سم ، أ جـ = ٢٥سم

أوجد :

١- طول ب جـ

٢- ق (أ $\hat{جـ}$ ب) ٣- مساحة المستطيل أ ب جـ د

الحل

(ب جـ)^٢ = (أ جـ)^٢ - (أ ب)^٢ = ٦٢٥ - ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ ب جـ = ٢٠ سم المطلوب الأول

∵ جا (أ جـ ب) = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{١٥}{٢٥}$

ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = $\frac{١٥}{٢٥}$ Shift Sin = ٣٦,٥°

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٥ × ٢٠ = ٣٠٠

٤

أ ب قطر في الدائرة التي مركزها م

حيث ب (٨ ، ١١) ، م ((٥ ، ٧) فأوجد :

١) إحداثى النقطة أ ٢) طول قطر الدائرة



الحل

مركز الدائرة م هو منتصف القطر أ ب

نفرض أن احداثى أ = (س ، ص)

المنتصف = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٢}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}$)

(٥ ، ٧) = ($\frac{س + ٨}{٢}$ ، $\frac{ص + ١١}{٢}$)

$\frac{س + ٨}{٢}$ = ٥	$\frac{ص + ١١}{٢}$ = ٧
س + ٨ = ١٠	ص + ١١ = ١٤
∴ س = ٢	∴ ص = ٣

إحداثى أ = (٢ ، ٣)

طول نصف قطر الدائرة هو البعد بين المركز و أي نقطة على الدائرة

طول نصف القطر م ب = $\sqrt{(٨ - ٥)^٢ + (١١ - ٧)^٢}$ = ٥

طول القطر = ٥ × ٢ = ١٠ وحدة طول

٥ إذا كان بعد النقطة (س،٥) عن النقطة (٦،١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ فأوجد قيمة س

الحل

أهم حاجة انك تعوض في القانون عن قيمة البعد كالآتى

البعد = $\sqrt{\text{فرق السينات}^2 + \text{فرق الصادات}^2}$

٢ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{(س - ٦)^2 + (٥ - ١)^2}$

٢ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{(س - ٦)^2 + ١٦}$ بتربيع الطرفين

٤ × ٥ = $(س - ٦)^2$ + ١٦

٢٠ = $(س - ٦)^2$ + ١٦ ننقل الـ ١٦ بإشارة مخالفة

٢٠ - ١٦ = $(س - ٦)^2$

٤ = $(س - ٦)^2$ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

س - ٦ = ٢ ∴ س = ٨

س - ٦ = -٢ ∴ س = ٤

٦ اثبت باستخدام الميل أن النقط أ (-١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦ ، ٤) ، د (٠ ، ٦) هى رؤوس مستطيل

الحل

ميل أ ب = $\frac{١ - ٣}{٥ - -١}$ = $\frac{-٢}{٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل ب جـ = $\frac{٤ - ١}{٦ - ٥}$ = ٣

ميل جـ د = $\frac{٦ - ٤}{٠ - ٦}$ = $\frac{٢}{-٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل أ د = $\frac{٦ - ٣}{٠ - -١}$ = ٣

∵ ميل أ ب = ميل جـ د ∴ أ ب // جـ د

∵ ميل ب جـ = ميل أ د ∴ ب جـ // أ د

∴ الشكل متوازى أضلاع

∵ ميل أ ب × ميل ب جـ = $\frac{-١}{٣}$ × ٣ = -١

∴ أ ب ⊥ ب جـ ∴ الشكل مستطيل

٧ إذا كانت أ (س ، ٣) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (٥ ، ١) وكانت أ ب = ب جـ فأوجد قيمة س

الحل

ب جـ = $\sqrt{(٣ - ٥)^2 + (٢ - ١)^2}$ = $\sqrt{٤ + ١}$ = $\sqrt{٥}$

∵ أ ب = ب جـ

∴ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{(س - ٣)^2 + (٣ - ٢)^2}$ بتربيع الطرفين

٥ = $(س - ٣)^2$ + ١

$(س - ٣)^2$ = ٤ بأخذ الجزر التربيعى للطرفين

∴ س - ٣ = ٢ ∴ س = ٥

أو س - ٣ = -٢ ∴ س = ١

٨ إذا كان ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ فأوجد النسب المثلثية للزاوية جـ

الحل

∵ ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ

∴ $\frac{أ ب}{أ جـ}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

أ، ب، جـ، ٢، $\sqrt{٣}$، ١

من فيثاغورث : $(ب جـ)^2$ = ٤ - ٣ = ١

∴ ب جـ = ١ ∴ ق (جـ) = ٦٠

جا جـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا جـ = $\frac{١}{٢}$ ، ظا جـ = $\sqrt{٣}$

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١ **إذا كان ظا (س+١٠) = ١** حيث س زاوية حادة فإن ق **(س̂)** = ...

(أ) ٣٥ (ب) ٤٥ (جـ) ١١ (د) ٤٠

٢ **ميل المستقيم الموازى لمحور السينات =** ....

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) غير معرف

الحل: ....

٣ **إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ (٣ ، -٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة م هو** ....

(أ) (-٤،-٢) (ب) (٤،-٢) (جـ) (٢،٢) (د) (٨،-٢)

الحل: ....

٤ **٤ جتا ٣٠ ظا ٦٠ =** ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) $\sqrt{3}$

الحل: ....

٥ **إذا كان جا٢س = ٠,٥ وكانت س زاوية حادة فإن ق(س̂) =** ....

(أ) ٧٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٥ (د) ٣٠

الحل: ....

٦ **بعد النقطة (٢،-٤) عن محور السينات =** ....

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) -٤ (د) ٦

٧ **الخط المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢ س + ٦ يقطع جزءا من محور الصادات طوله =** .... وحدة طول

(أ) ٦ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) -٣

٨ **إذا كان المستقيم ل س – ٥ ص + ٧ = صفر يوازى محور السينات فإن ل =** ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٧

الحل : ....

٩ **ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س – ٤ ص + ١٢ = ٠ هو** ....

(أ) $\frac{-٤}{٣}$ (ب) $\frac{-٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

الحل: ....

١٠ **بعد النقطة (٣ ، ٤) عن نقطة الأصل =** .... وحدة طول

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٥

١١ المستقيم الذى معادلته ٢ س – ٣ ص – ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءا طوله ....

(أ) -٦ (ب) -٢ (جـ) ٢ (د) $\frac{٢}{٣}$

الحل: ....

١٢ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣،-٥) ويوازى محور الصادات هى ....

(أ) س = ٣ (ب) ص = -٥ (جـ) ص = ٢ (د) س = -٥

الحل: ....

١٣ إذا كان $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ٠,٧٥ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) ٠,٢٥ (د) ٠,٥٧

الحل: ....

١٤ البعد العمودى بين المستقيمين س – ٢ = ٠ ، س + ٣ = ٠ يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ٣

الحل: ....

١٥ إذا كان جا هـ = جتا هـ فإن ق($\hat{هـ}$) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

١٦ إذا كانت (٢،٣) منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ (٣،-٢) فإن إحداثى ب هو ....

(أ) (٣،٦) (ب) (٠،٠) (جـ) (٠،٦) (د) (١،٥)

١٧ طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠،٠) ، (٥،١٢) = ... وحدة طول

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

الحل: ....

١٨ معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ٣ ويمر بنقطة الأصل هى.......

(أ) س=٣ (ب) ص=٣ (جـ) ص=٣س (د) ص= -٣س

الحل: ....

١٩ الخط المستقيم ص – ٢ س – ٥ = ٠ يقطع من المحور الصادى جزءا طوله .... وحدة طول

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٠

الحل: ....

٢٠ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ،فيه أ (-٣،٤) ، ب (-١،-٢) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ...

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{-١}{٣}$

الحل: ....

تصميم محمود عوض
معلم رياضيات

٢١ إذا كان أ ب ⊥ جـ د ، وكان ميل أ ب = $\frac{٢}{٣}$ فإن ميل جـ د = ...

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{-٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٤}{٩}$

الحل: ....

٢٢ ظا أ = ...

(أ) جا أ جتا أ (ب) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ (جـ) $\frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}}$ (د) $\frac{١}{\text{جتا أ}}$

٢٣ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١،ص) ، (٣،٤) ميله يساوى ظا ٤٥ فإن ص = ...

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) -١ (د) ٢

٢٤ إذا كان المستقيمان س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متعامدين فإن ك = ...

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٢

٢٥ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيان فإن ك = ...

(أ) ٦ (ب) -٤ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٢

الحل: ....

٢٦ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ يوازى محور الصادات حيث جـ (ك ، ٤) ، د (-٥ ، ٧) فإن ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) -٥ (د) ٤

٢٧ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ١ هي ....

(أ) ص = س (ب) ص = - س (جـ) ص = ٢س (د) ص = ٠

٢٨ طول نصف قطر الدائرة التي مركزها (٠ ، ٠) ، وتمر بالنقطة (٣ ، ٤) يساوى ....

(أ) ٧ (ب) ١ (جـ) ١٢ (د) ٥

٢٩ ٤ جا ٦٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٥

٣٠ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يوازى محور السينات حيث أ (٨ ، ٣) ، د (٢ ، ك) فإن ك = ...

(أ) ١ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٨



تراكمى

١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

الحل: ....

٢) المثلث أ ب جـ فيه أ ب > أ جـ فإن ق $(\hat{ب})$ .... ق $(\hat{جـ})$

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٣) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٤٥

٤) محيط الدائرة = ...

(أ) π نق (ب) π نق^2 (جـ) ٢ π نق (د) ٤ π نق

٥) Δ أ ب جـ المتساوى الساقين إذا كان إحدى زوايا القاعدة = ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = ...

(أ) ١٢٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٧٥ (د) ٣٠

٦) أ ب جـ د متوازى أضلاع ن فإذا كان ق (أ) = ٤٠° فإن ق (ب) = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٤٠

٧) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة .... من جهة الرأس

(أ) ١ : ١ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ١ : ٢ (د) <u>٢ : ١</u>

٨) إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٢ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) <u>٥</u> (د) ٧

٩) مساحة المربع الذى محيطه ١٦ سم = ... سم^2

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) <u>١٦</u> (د) ٢٥٦

١٠) مجموع طولى أي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث.

(أ) أصغر من (ب) يساوى (جـ) <u>أكبر من</u> (د) ضعف

١١) في الشكل المقابل :

(شكل: مثلث قائم، أضلاعه س سم ، ص ، ع سم، وزاوية ٦٠)

(أ) س +ص =ع (ب) ع = س^2 + ص^2 (جـ) <u>٢س = ع</u> (د) ص = ٢ ع

١٢) أسطوانة دائرية قائمة إذا كان ارتفاعها = طول نصف قطر قاعدتها نق فإن حجمها = ... سم^3

(أ) <u>π نق^3</u> (ب) ٢ π نق^2 (جـ) ٢ π نق^3 (د) $\frac{٤}{٣}$ π نق^3

محافظة ....
مديرية التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة بمرحلة التعليم الاساسى
الفصل الدراسى الأول ٢٠٢١ م

١

المادة : الهندسة وحساب المثلثات — الزمن : ساعتان

لاحظ أن : ١) الأسئلة تقع فى ورقة واحدة من صفحتين	٢) يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) ٢ جا ٣٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٣ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٢) المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢س – ٦ يقطع من محور الصادات جزءًا طوله ....

(أ) -٦ (ب) ٢ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) -٢

٣) إذا كان س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متعامدين فإن ك = ...

(أ) -٢ (ب) -١ (ج) ١ (د) ٢

٤) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ويمر بنقطة الأصل هى ....

(أ) س =١ (ب) ص = ١ (ج) ص =- س (د) ص = س

٥) إذا كان أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، -١) فإن نقطة منتصف أ ب هى ....

(أ) (٣،٢) (ب) (٣،٣) (ج) (٢،٣) (د) (٣،٤)

٦) إذا كان إذا كانت جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا ٢س = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ج) -٢ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

السؤال الثانى :

أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة اثبت أن : جتا ٦٠ = ٢ $جتا^{٢}$ ٣٠ – ١

ب) إذا كانت النقط أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٣) ،جـ (-١ ، ٢) ، د (-٢ ، ٣) هي رؤوس معين
فأوجد : ١) إحداثى نقطة تقاطع القطرين ٢) مساحة المعين أ ب جـ د

اقلب الورقة – بقية الأسئلة بالصفحة رقم ٢

السؤال الثالث :

أ) إذا كان ظا س = ٤ جتا ٦٠ جا ٣٠ فأوجد قيمة س حيث س زاوية حادة

ب) إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، -٣) فأوجد إحداثى نقطة ب

السؤال الرابع :

أ) إذا كان المستقيم $ل_{١}$ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢، ك) ، والمستقيم $ل_{٢}$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان $ل_{١}$ // $ل_{٢}$

ب) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

أوجد قيمة كل من : ١) ظا س × ظا ص

٢) $جا^{٢}$ س + $جا^{٢}$ ص — ***(هذه المسألة هامة جدا)***

السؤال الخامس :

أ) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

ب) اثبت أن النقط أ (٦،٠) ، ب (٢،-٤) ، جـ (-٢،٤) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب ، ثم أوجد إحداثى نقطة د التى تجعل الشكل أ ب جـ د مستطيلا

*** انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق ***



محافظة ....

مديرية التربية والتعليم

امتحان شهادة إتمام الدراسة بمرحلة التعليم الاساسى

الفصل الدراسى الأول ٢٠٢١ م

المادة : الهندسة وحساب المثلثات — الزمن : ساعتان

لاحـظ أن : ١) الأسئلة تقع فى ورقة واحدة من صفحتين ٢) يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) إذا كانت جا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة ، فإن ق (س) = ...

(أ) ٤٥ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٠ (د) ٩٠

٢) البعد بين النقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، -٤) يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

٣) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ٢٧٠

٤) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (-٢ ، -٣) ويوازى محور السينات هى ....

(أ) س = -٢ (ب) س = -٣ (جـ) ص = -٢ (د) ص = -٣

٥) دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها ٢وحدة طول فإن النقطة .... تنتمى إ ليها

(أ) (١ ، -٢) (ب) (-٢ ، $\sqrt{٥}$) (جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١) (د) (١ ، ٠)

٦) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيان فإن ك = ...

(أ) ٦ (ب) -٤ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٢

السؤال الثانى :

أ) إذا كان ٤ جتا٦٠ جا٣٠ = ظا س فأوجد قيم س حيث س زاوية حادة

ب) بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط أ (٣،٣) ، ب (٥،١) ، جـ (٣،١) بالنسبة لأضلاعه

اقلب الورقة – بقية الأسئلة بالصفحة رقم ٢

السؤال الثالث :

أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ فيه أ جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

أوجد : ١) جتا أ جتا ب – جا أ جا ب ٢) ق ($\hat{ب}$)

ب) إذا كانت النقطة (٣ ، ١) فى منتصف البعد بين النقطتين (١ ،ص) ، (س ، ٣)

فأوجد النقطة (س ، ص)

السؤال الرابع :

أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، -٣) ، ب (٥ ، -٤)

ب) **أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$**

السؤال الخامس :

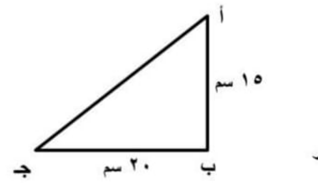
أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣،١) ، (-١، -٣) ثم اثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث فيه ق(ب) ٩٠

أ ب = ١٥ سم ، ب جـ = ٢٠ سم

اثبت أن: جتا أ جتا جـ - جا أ جا جـ = صفر



*** انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق ***



محافظة ....

مديرية التربية والتعليم

امتحان شهادة إتمام الدراسة بمرحلة التعليم الاساسى

الفصل الدراسى الأول ٢٠٢١ م

المادة : الهندسة وحساب المثلثات　　　　الزمن : ساعتان

لاحـظ أن : ١) الأسئلة تقع فى ورقة واحدة من صفحتين　　٢) يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) ظا ٤٥ جا ٣٠ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$　　(ب) ١　　(جـ) $\frac{٢}{٣}$　　(د) $\frac{١}{٤}$

٢) مربع محيطه ٢٤ سم تكون مساحة سطحه = ...

(أ) ٦　　(ب) ٣٦　　(جـ) ١٢　　(د) ٢٤

٣) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢) يساوى ....

(أ) ٥　　(ب) ٧　　(جـ) ١٢　　(د) ١٣

٤) ميل المستقيم الذى معادلته ٢س – ٣ص + ٥ = ٠ يساوى ....

(أ) $\frac{-٣}{٢}$　　(ب) $\frac{-٢}{٣}$　　(جـ) $\frac{٢}{٣}$　　(د) $\frac{٣}{٢}$

٥) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب يكون جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا أ　　(ب) ٢ جا جـ　　(جـ) ٢ جا ب　　(د) ٢ جتا أ

٦) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ في المثلث القائم يساوى .... طول الوتر

(أ) $\frac{١}{٢}$　　(ب) $\frac{١}{٣}$　　(جـ) $\frac{٢}{٣}$　　(د) ٢

السؤال الثانى :

أ) بدون استخدام الآلة اثبت أن : جتا ٦٠ = جتا^{٢} ٣٠ – جا^{٢} ٣٠

ب) اثبت باستخدام الميل أن النقط أ (-١،٣) ، ب (٥،١) ، جـ (٦،٤) ، د (٠،٦) هي رؤوس مستطيل

اقلب الورقة – بقية الأسئلة بالصفحة رقم ٢

السؤال الثالث :

أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، وكان ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ أوجد النسب المثلثية للزاوية جـ

ب) أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٢،٣) ، ب (٦،٢) ، جـ (-٢،-٢) ، د (-٢،١) اثبت أن أ ب جـ د شبه منحرف

السؤال الرابع :

أ) إذا كان بعد النقطة (س،٥) عن النقطة (٦،١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ فأوجد قيمة س

ب) إذا كانت النقطة (٣،١) في منتصف البعد بين النقطتين (١،ص) ، (س،٣) فأوجد النقطة (س،ص)

السؤال الخامس :

أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٥) وعمودى على المستقيم الذى ميله $\frac{-١}{٢}$.

ب) بدون استخدام الآلة أوجد قيمة س حيث : ٢ جا س = جا٣٠ جتا٦٠ + جتا٣٠ جا ٦٠

*** انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق ***